Calcul de l'impôt

Comment ça marche ?
Les mariés sont-ils moins imposés ?

Alexandre Pacini

Printemps 2003

Attention ! Cette étude n'a été validée par aucune autorité compétente en la matière.
Vous êtes invité à contacter l'auteur (apacini@free.fr) pour tout commentaire.

Chapitre 1

Introduction

I Motivations

1 Comment ça marche ?

Le calcul de l'impôt sur le revenu[1] , s'il ne pose pas de problème dans les cas "simples" (exemple d'un foyer de salarié(s), ne touchant ni retraite ni pension, avec ou sans enfants à l'exclusion du foyer monoparental ; pas de revenus annexes : locatifs, mobiliers,... ; pas de frais réels ; etc.), peut se révéler particulièrement délicat dans les cas plus compliqués.

Pour un célibataire sans charge ou un couple avec deux enfants, la déclaration peut être remplie en moins de trente secondes. Il suffit de reporter le montant fourni par l'employeur dans la case appropriée (nommée AJ, BJ, AP ou BP), de la dater, la signer et l'expédier. Cependant, la comparaison du calcul entre ces deux types de foyers, extrêmement simples du point de vue fiscal, s'avère malaisée en raison du mode opératoire employé par l'administration. Celle-ci recourt à la notion de *quotient familial*, défini mathématiquement comme le rapport entre le *revenu* du foyer et son *nombre de parts*, ainsi qu'à l'utilisation de *tranches d'imposition*.

Prenons un exemple concret : quel est le lien entre l'impôt payé par le célibataire sans enfant déclarant 15 000 Euros, et celui dû par ses voisins, un couple marié avec deux enfants qui gagne 45 000 Euros ? Apparemment, aucun ! Et pourtant... Le célibataire a

[1] Tout cette note repose sur les données de l'imposition 2003 : tranches, taux, etc. Il est fort probable que les valeurs numriques trouvées ici ne correspondront pas avec les valeurs d'une autre année. Le raisonnement, lui, sera identique, sauf en cas de changement important dans la philosophie du calcul.

un nombre de part égal à 1, le couple 3 ($= 1 + 1 + 2 \times 0,5$ avec les deux enfants), et le rapport entre les gains des foyers est également 3 ($45000 = 15000 \times 3$). Le calcul montre alors que le couple payera exactement trois fois plus d'impôts que le célibataire... Le fonctionnement du mode de calcul utilisé par l'administration sera l'objet de la première partie de cette note et permettra entre autres d'expliquer le phénomène que nous venons de décrire.

2 Les mariés sont-ils moins imposés ?

Un argument souvent donné à un couple qui hésite à franchir le pas de "l'union sacrée" est le bénéfice réalisé sur l'impôt à payer grâce à la déclaration commune. Ce genre d'affirmation mérite qu'on s'y attarde un peu plus pour savoir exactement ce qu'il en est. Car si, effectivement, les futurs époux peuvent trouver quelque intérêt (également !) financier dans le fait de se marier, ce n'est pas à coup sûr en remplissant une déclaration ensemble...

En effet, s'il est certain que l'on ne perd rien à faire une déclaration commune comme nous le montrerons, cette démarche n'est pas forcément source de profit. Au "pire", on ne gagne rien. La raison en est, une nouvelle fois, l'existence des tranches d'imposition et le recours au quotient familial. Que se passe-t-il donc au niveau de l'impôt lorsqu'on se marie, ce sera le sujet de la seconde partie de cette étude.

Pour mener à bien ce travail, nous aurons besoin de "formaliser" un peu la situation et de définir des notations commodes pour effectuer quelques calculs (qui resteront toujours extrêmement simples).

II Formalisation et notations

1 Foyer fiscal et impôt

Un **foyer fiscal** $\mathcal{F}$ représente ici une entité abstraite définie par :
- un *revenu imposable*[2] $R \in [0, +\infty[$;
- un *nombre de parts* $N \in \{1\,;\,1,5\,;\,2\,;\,2,5\,;\,3\,;\,4\,;\,5\,;\,6\,;\,7\,;\,\ldots\}$.

[2] Pour nous, revenu imposable signifiera revenu net à déclarer moins la déduction et l'abbatement de 10 et 20 %, autrement dit : revenu à déclarer $\times$ 0,72.

On notera $\mathcal{F} = (R, N)$. Par exemple, un célibataire sans enfant définit un foyer fiscal $\mathcal{F}_c = (R, 1)$. Un couple marié avec deux enfants définit un foyer $\mathcal{F}_m = (R', 3)$.

À un foyer fiscal (R, N) est rattaché un et un seul nombre appelé **quotient familial** Q, défini par :

$$Q = \frac{R}{N}.$$

On constate que la donnée de Q n'est pas équivalent à celle d'un foyer. Autrement dit, deux foyers distincts peuvent avoir le même quotient familial. C'est ce fait qui nous permettra de comparer deux foyers dans la suite.

Étant donné un foyer fiscal, on considère **l'impôt** I qu'il doit payer. I est une fonction de R et de N. On ne peut en donner de formule explicite vu le mode de calcul utilisé. Rappelons celui-ci schématiquement :

a. détermination du quotient familial Q ;

b. localisation de la tranche d'imposition à laquelle appartient le foyer ;

c. calcul de l'impôt en utilisant cette fois non plus Q mais R et N.

On pourrait croire que I est une fonction $i(Q, R, N)$ des trois variables Q, R et N. mais Q étant elle-même une fonction $q(R, N) = R/N$ des deux autres variables, I est simplement une fonction de R et N, que l'on ne peut expliciter par une formule simple (c'est-à-dire ici, sans utiliser de formules conditionnelles, ce qui reviendrait alors à recopier purement et simplement le tableau du paragraphe 5 de la "fiche de calculs facultatifs" fournie avec toute déclaration...).

2 Barème et tranches d'imposition

Le **barème d'imposition** (tableau du paragraphe 5, "fiche de calculs facultatifs", p.2) est un ensemble de règles qui permettent de calculer l'impôt redevable en fonction des deux variables *revenu* et *nombre de parts*. Pour cela, on a découpé l'ensemble des rémunérations possibles en **tranches** qui représentent, au point de vue mathématique, des intervalles formant une partition de l'ensemble $[0, +\infty[$ [3]. Il y a 7 tranches que l'on notera T_i $(i = 1, \ldots, 7)$: $T_1, T_2, \ldots, T_7$. On peut écrire $T_i = [\alpha_i, \alpha_{i+1}[$ $(i = 1, \ldots, 7)$. En particulier, $\alpha_1 = 0$ et $\alpha_8 = +\infty$.

Observons maintenant les formules calculatoires de l'impôt données pour chaque

[3] Cf. la différence dans le tableau mentionné ci-dessus entre : "supérieur à" et "inférieur ou égal à". Les intervalles sont bien de la forme $[x, y[$.

tranche : elles dépendent du premier degré en R et N, donc sont affines dès que l'on fixe l'une des deux variables[4].

Notons m_i (respectivement a_i) le coefficient qui se trouve devant R (resp. N). On a ainsi, pour un foyer $\mathcal{F} = (R, N)$ dont le quotient familial Q se trouve dans la tranche i, un impôt calculé par

$$I = R \times m_i - a_i \times N.$$

Par exemple, si $\mathcal{F} = (20000, 2)$, $Q = 20000/2 = 10000$; comme $10000 \in T_3 = [8242, 14506[$, on utilise les coefficients $m_3 = 0,2914$ et $a_3 = 1341,38$ de la troisième tranche :

$$\begin{aligned} I &= R \times 0,1974 - 1341,38 \times N \\ &= 20000 \times 0,1974 - 1341,38 \times 2 \\ &= 3948 - 2682,76 \\ &= 1265,24. \end{aligned}$$

[4] Ce fait très important sera amplement détaillé dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Comment ça marche ?

I Variations de l'impôt en fonction des données

Considérons dans cette section un foyer $\mathcal{F} = (R, N)$ tel que $Q \in T_i$. Le montant de l'impôt dû est donné par la formule

$$I = R \times m_i - a_i \times N.$$

On peut donc dire qu'il est d'autant plus faible que le revenu est bas et que le nombre de parts est élevé, ce qui n'apporte pas grand chose à notre connaissance du sujet puisque tout le monde est bien conscient de cette "évidence" !

Le fait de devoir "passer" par le quotient familial pour la détermination explicite de l'impôt incite fortement à essayer d'exprimer I en fonction de Q pour tenter de découvrir une relation exploitable entre les variations des deux quantités. Mais nous avons signalé que Q est lui-même fonction de R et N, ce qui laisse à penser qu'on ne tirera aucun renseignement substantiel supplémentaire de ce calcul. Toutefois, le résultat étant fondamental pour la suite, présentons le calcul et ce que l'on peut en déduire.

Comme $Q = \dfrac{R}{N} \iff R = Q \times N$, on peut réécrire I de la façon suivante :

$$\begin{aligned} I &= R \times m_i - a_i \times N \\ &= Q \times N \times m_i - a_i \times N \\ &= \underline{N(Q \times m_i - a_i)}. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Cette expression montre que, à l'intérieur d'une tranche (i.e. à i fixé), l'impôt baisse avec N et Q. Ce résultat à première vue intéressant est en fait décevant. Plus précisément, Q

baisse lorsque $\frac{1}{N}$ baisse, soit lorsque N augmente ! On n'a pas donc pas avancé d'un iota, comme la remarque ci-dessus le laissait prévoir...

Ainsi est-on en présence d'un système dont les variations sont extrêmement ardues à se représenter, bien que son expression mathématique soit de la plus grande simplicité. Le lecteur est invité à chercher quelques temps tout seul comment varie l'impôt en fonction des différentes quantités en jeu (notamment le nombre de parts) ; il pourra s'apercevoir ainsi par lui-même du caractre non trivial du problème posé.

II L'arme absolu : la représentation graphique

Suivant une remarque faite dans le chapitre précédent, si l'on fixe la variable N, l'impôt se calcule comme une fonction affine du revenu R pour une tranche fixée, et affine par morceaux sur l'ensemble de la plage de revenus possibles (i.e. sur $[0, +\infty[$)[1]. Graphiquement (cf. la figure 1 qui sera expliquée en détail plus tard), cela signifie que sur une tranche donnée, l'impôt est représenté par un segment de droites, et sur l'ensemble des tranches, comme une courbe polygonale (i.e. ici comme une suite de segments mis bout à bout). Cette dernière affirmation n'est a priori pas évidente. En effet, rien n'interdirait de penser qu'à chaque saut de tranche, les segments de droite ne se rejoignent pas à leurs extrémités. Or, si l'on calcule les valeurs de l'impôt dû pour des revenus égaux aux extrémités de chaque branches du barème, on constate qu'ils sont quasiment les mêmes.

Ainsi, pour un foyer de revenu égal à 8242 Euros et possédant une part (donc tranche 3 : $T_3 = [8242, 14506[$), le calcul donne $I = 8242 \times 0,1974 - 1341,38 = 285,59$ à 10^{-2} près. Si l'on fait le calcul avec les coefficients de la tranche 2 ($T_2 = [4191, 8242[$), on obtient $I' = 8242 \times 0,0705 - 295,47 = 285,59$ à 10^{-2} près également[2]. Cela signifie que les branches se "recollent" bien. On ne peut parler rigoureusement de continuité, la limite à droite d'une tranche n'étant pas exactement égale à la limite à gauche de la tranche suivante. Cependant, pour les contribuables, ce défaut de rigueur mathématique n'a aucune incidence sur le portefeuille... Par contre, nous ferons l'hypothèse, dans toute la suite, que l'impôt est "continu" d'une tranche à l'autre (hypothèse que l'on utilisera explicitement dans le chapitre 3, III.2).

[1] On pourrait se demander pourquoi on fixe N et non pas R. Pour répondre à cette question, remarquons que dans la réalité, N varie peu au cours du temps (il change à chaque changement de situation : célibat-mariage-naissance d'un enfant-divorce ou mort) tandis que le revenu varie, en général, plus régulièrement (à la hausse ou à la baisse !) suivant les années.

[2] Plus précisément encore, on a $I = I'$ à 10^{-4} près...

L'étude des coefficients m_i et a_i montre par ailleurs que plus le revenu est important, plus l'impôt *varie* fortement. Cela est à relier à la notion de "pente" d'une droite. Ce dernier est le nombre m_i. On a

$$m_1 = 0,0705 < m_2 = 0,1974 < m_3 = 0,2914 < \cdots < m_7 = 0,4958,$$

ce qui se traduit graphiquement par des segments de plus en plus "verticaux" à chaque changement de tranche (cf. figure 1).

Le rôle des coefficients a_i est mathématiquement de faire se raccorder les segments. Changer leur valeur induit une discontinuité lors du passage d'une tranche à la suivante, notamment une hausse si on en augmente un, une baisse de l'impôt (!) dans le cas contraire...

III Interprétations des résultats précédents

1 Rapport impôt-tranche

On entend souvent des inquiétudes concernant les "sauts de tranche" : peur de payer plus d'impôts parce que l'on passe dans la tranche suivante (traduisons mathématiquement : parce que le coefficient familial augmente, donc à cause d'une hausse des revenus, et/ou à cause d'une diminution du nombre de parts). En fait, ce n'est pas tant le fait de passer dans la tranche suivante que celui de voir son quotient familial en hausse qui est à l'origine de l'augmentation de l'imposition.

On a vu qu'il y avait une certaine "continuité" dans la courbe qui traduit le rapport entre l'impôt à payer et le quotient familial. Cela veut dire qu'un foyer n'a pas à s'inquiéter trop si son revenu est situé "en bord" de tranche. La différence entre l'impôt qu'il aura à payer et celui qu'il aurait payé si la tranche précédente avait été légèrement plus étendue (incluant son revenu) n'est pas gigantesque.

Par exemple, considérons un foyer $\mathcal{F} = (30000, 2)$. Son quotient familial Q vaut $30000/2 = 15000$. Zut ! Q est dans T_4 à 500 Euros près ! Calculons l'impôt dont $\mathcal{F}$ devra s'acquiter :

$$\begin{aligned} I &= R \times m_4 - a_4 \times N \\ &= 30000 \times 0,2914 - 2704,94 \times 2 \\ &= 3332,12. \end{aligned}$$

Calculons maintenant l'impôt qu'il aurait eut à payer si la tranche 3 s'étendait de 500 Euros supplémentaires jusqu'à 15006 Euros. Dans ce cas,

$$\begin{aligned} I' &= R \times m_3 - a_3 \times N \\ &= 30000 \times 0,1974 - 1341,38 \\ &= 3239,24. \end{aligned}$$

On a $I - I' = 92,88 < 100$ Euros, ce qui n'est pas "rien", mais ne représente jamais que moins de 3 % du montant de l'impôt dû : moins que la baisse annoncée par le gouvernement pour 2003 !

Cette prcision calmera sans doute un peu les "angoissés du saut de tranche" !

Est-ce tout à propos des coefficients ? Pas tout à fait. On peut aller plus loin en faisant remarquer la chose suivante. La différence entre deux tranches pénalise surtout une augmentation de revenus à l'intérieur de la même tranche. Ceci est relativement évident, une fois de plus, mais s'accepte peut-être d'autant mieux qu'on comprend ce qui se passe... Prenons l'exemple de deux foyers de célibataires $\mathcal{F}_1 = (R_1, 1)$ et $\mathcal{F}_2 = (R_2, 1)$ tels que $Q_1 = R_1 \in T_3$ et $Q_2 = R_2 \in T_4$ (autrement dit, $\mathcal{F}_1$ est dans la tranche 3 et $\mathcal{F}_2$ dans la tranche 4). On peut calculer l'impôt payé par ces deux foyers l'année n :

$$I_1 = R_1 \times 0,1974 - 1341,38, \text{ et } I_2 = R_2 \times 0,2914 - 2704,94.$$

Supposons maintenant que l'année suivante, les deux célibataires voient leur revenu augmenter de 4000 Euros tout en restant dans leur tranche respective. L'impôt dû cette année sera alors :

$$I'_1 = (R_1 + 4000) \times 0,1974 - 1341,38, \text{ et } I'_2 = (R_2 + 4000) \times 0,2914 - 2704,94.$$

Calculons la hausse pour les deux foyers entre n et $n + 1$:

$$\begin{aligned} I'_1 - I_1 &= (R_1 + 4000) \times 0,1974 - 1341,38 - (R_1 \times 0,1974 - 1341,38) \\ &= 4000 \times 0,1974 \\ &= 789,6 \,; \end{aligned}$$

et :

$$\begin{aligned} I'_2 - I_2 &= (R_2 + 4000) \times 0,2914 - 2704,94 - (R_2 \times 0,2914 - 2704,94) \\ &= 4000 \times 0,2914 \\ &= 1165,6. \end{aligned}$$

Ainsi, l'augmentation du second foyer (dans la tranche 4) est presque 50 % plus importante que celle du premier foyer (tranche 3), alors que l'augmentation de salaire était identique !

Remarquons enfin que si $\mathcal{F}_2$ était dans la même tranche que $\mathcal{F}_1$, avec un salaire nettement supérieur mais tel qu'une augmentation identique à celle de $\mathcal{F}_1$ le laisserait dans la même tranche, l'augmentation d'impôt serait cette fois *la même* pour les deux foyers. Par exemple, si $\mathcal{F}_1 = (24000, 1)$ et $\mathcal{F}_2 = (31000, 1)$ sont augmentés tous les deux de 7000 Euros la même année, ils restent dans la même tranche (T_5), et leur augmentation d'impôt sera numériquement la même (égale à $7000 \times 0,4394 = 3075,8$ Euros)[3].

Remarques

– Les considérations précédentes n'ont pas d'autre intérêt que de lever un coin du voile du fonctionnement de la mécanique de l'impôt. En effet, il devient extrêmement difficile d'établir des comparaisons comme celles qui viennent d'être faites pour des foyers plus compliqués que le cas du célibataire sans charge de famille et qui plus est salarié "banal" ; il en irait autrement pour un couple avec un enfant dont un des conjoints déclare des frais réels et qui possède des revenus de valeurs mobiliers ou soutient un parti politique...
– Par ailleurs, nous avons exclu de considérer des salaires volontairement bas car alors le calcul par le barème peut donner des résultats non nuls (ou négatifs !) tandis que l'administration fiscale a prévu des minima en-dessous desquels un foyer ne paye pas d'impôts. Les figures proposées ne tiennent pas compte de ces minima, ce qui n'est pas gênant outre mesure vu les échelles adoptées et le manque de précision des dessins pour des revenus peu élevés.

Pour une comparaison efficace entre des foyers que nous qualifierons d'inhomogènes entre eux (essentiellement du fait d'un nombre de parts différent), la section suivante aidera à mieux comprendre ce qui se passe.

2 Comparaison de foyers inhomogènes

Nous allons utiliser pour cela la relation (2.1) établie précédemment. Montrons que le "cas de base" est celui d'un foyer $\mathcal{F}_1 = (R_1, N_1)$ possédant une seule part : $N_1 = 1$. Dans ce cas, $Q_1 = R_1$ et la relation (2.1) devient :

$$I_1 = Q_1 \times m_i - a_i. \tag{2.2}$$

Autrement dit, l'impôt d'un tel foyer dépend de son revenu ou de son quotient (c'est le même !) de façon identique. Pour déterminer la tranche auquel ce contribuable appar-

[3] Attention ! L'augmentation en pourcentage par rapport à leur imposition précédente, elle, sera différent...

tient, on cherche dans quel intervalle son revenu se situe. Si l'on considère maintenant un autre foyer $\mathcal{F}_2 = (R_2, N_2)$, son impôt sera selon (2.1) :

$$I_2 = N_2 \underbrace{(Q_2 \times m_j - a_j)}_{= I_2'}, \tag{2.3}$$

soit exactement N_2 fois l'impôt d'un célibataire qui déclarait un revenu $R_2' = Q_2$ (en effet : comparer (2.2) et I_2'). Comme annoncé, le foyer à une part est bien le cas basique du calcul auquel tout autre calcul d'impôt "simple" peut se rattacher. On peut dès lors comparer aisément des foyers inhomogènes.

Examinons la figure 1 qui présente les variations de l'impôt à payer en fonction de la tranche auquel appartient le quotient familial, et pour différentes valeurs du nombres de parts ($N = 1$, 2 et 3). On pourrait être tenté de croire que plus N augmente, plus on doive payer d'impôt, ce qui est absurde et même contradictoire avec la réalité. C'est parce que le passage par le quotient familial induit une complexification de la représentation mentale du calcul et trompe l'intuition. Le graphique est faussé de ce point de vue, car il faut se souvenir que ce qu'il représente n'est pas l'impôt en fonction du revenu, mais l'impôt en fonction du quotient familial, donc du revenu divisé par le nombre de parts. Les figures suivantes détailleront ce point. Pour le moment, contentons-nous de la remarque suivante : si l'on fixe un quotient familial (par exemple le troisième ou le quatrième changement de tranche que nous avons noté α_i précédemment, repéré sur le graphique par les petits marqueurs sous forme de disque, carré ou triangle) et que l'on compare les valeurs des impôts I_1, I_2, I_3 suivant la valeur de N, on s'aperçoit que $I_2 = 2 \times I_1$ et $I_3 = 3 \times I_1$ (ou $I_3 = I_2 \times 1,5$). Ceci, qui vaut bien sûr pour toutes les valeurs de Q, n'est que la version graphique de la relation (2.3) établie par le calcul, avec ici $N_2 = 2$ ou 3. Ainsi a-t-on montré l'affirmation énoncée en introduction :

> Un couple marié avec deux enfants possédant 3 parts paiera trois fois plus d'impôts qu'un célibataire qui gagnerait trois fois moins.

On aurait envie de s'exclamer : "c'est normal !", mais... nous nous contenterons de faire les remarques suivantes et nous abstiendrons de juger, laissant le lecteur se forger sa propre opinion.

1. Prenons le cas de deux foyers $\mathcal{F}_1 = (R_1, N_1)$ et $\mathcal{F}_2 = (3R_1, N_2)$, payant chacun un impôt respectivement égal à I_1 et I_2. On vient de voir que si $N_1 = 1$ et $N_2 = 3$, on aura $I_3 = 3 \times I_1$. Mais si $N_1 = N_2$, il en va tout autrement. Par exemple, si $R_1 = 15000$, on aura $I_1 = 1666,06$ et... $I_2 = 12796,32$, soit plus de 7,5 fois I_1, et plus de 2,5 fois l'impôt payé par un couple marié avec deux enfants et gagnant 45000 Euros ($N = 3$) !

2. Le foyer composé d'un couple possède deux parts et paye deux fois plus d'impôts qu'un célibataire sans charge gagnant deux fois moins, tandis qu'un couple avec deux enfants possède trois parts et paye trois fois plus d'impôts qu'un célibataire qui gagne trois fois moins. On pourrait être tenté de croire alors que les deux enfants (qui comptent pour une part) sont vus comme ramenant un salaire égal au tiers du salaire total déclaré par le foyer (par exemple, si $r = 45000$, on pourrait dire que chaque adulte et les enfants ramènent 15000 Euros). On se demanderait alors s'il n'est pas plus avantageux pour ce foyer de n'avoir que 2 parts, pour payer deux fois l'impôt du célibataire seulement (car le rapport entre les deux impôts est bien le rapport du nombre de parts). Or, avec 2 parts seulement, le couple verrait son quotient familial augmenter, et donc son impôt aussi. Il ne faut pas perdre de vue que la relation (2.1) n'est qu'un "intermédiaire de calcul", l'impôt dépendant primordialement du revenu et du nombre de parts, lequel nombre doit bien être interprété comme un "bonus" accordé par l'administration fiscale : deux enfants "coûtent" cher à élever, il paraît normal de faire un geste envers la famille...

3 Variations de l'impôt en fonction du revenu

Examinons la figure 2. Les trois courbes représentent chacune l'impôt à payer par un foyer possédant 1, 2 ou 3 parts en fonction de son revenu imposable. Nous affirmons qu'il s'agit en fait de la *même* courbe, mais "dilatée" dans un sens que nous allons préciser. Ceci est tout à fait en accord avec la relation fondamentale (2.1) et le passage par le quotient familial qui a pour effet de dilater les tranches.

En effet, on aurait très bien pu faire une analyse en considérons des tranches T_i^N définie en fonction des tranches $T_i = T_i^1$ du "cas de base", et en posant symboliquement $T_i^N = N \times T_i$, c'est-à-dire $T_i^N = [\alpha_i \times N, \alpha_{i+1} \times N[$. On obtient alors un calcul de l'impôt qui se conduit comme dans le cas de base en se passant du quotient familial : il suffit de repérer dans quelle tranche T_i^N appartient le revenu (et non plus le quotient familial) et d'appliquer le calcul du barème. Si l'on a choisi une autre méthode, on voit néanmoins réapparaître ces tranches dilatées ici.

On peut même les visualiser sur la figure 3 qui n'est qu'un aggrandissement limité à deux tranches non nulles de la figure 2. Les écarts entre les projections sur l'axe des abscisses de deux triangles (le 3ème et le 4ième par exemple) valent exactement le triple des écarts entre les projections des deux disques correspondants (soit le 3ème et le 4ème dans notre exemple) ; et bien entendu le même écart mesuré pour les carrés correspondant est le double de l'écart des disques. On retrouve donc bien le fait que les tranches, pour un nombre de parts égal à 2 (resp. à 3), sont le double (resp. le triple) des tranches du barème ; autrement dit, on retrouve la relation linéaire $R = Q \times N$ entre le revenu et le quotient familial.

Mais cette dilatation a lieu également selon l'axe des ordonnées : ce n'est rien d'autre que la relation (2.1) que nous avons qualifié pour cette raison de fondamentale. Ainsi la valeur lue sur la courbe correspondant à $N = 3$ (resp. $N = 2$) pour une valeur R_3 (resp. R_2) du revenu est égale au triple (resp. au double) de la valeur lue sur la courbe correspondant à $N = 1$ pour une valeur R_1 du revenu égal au tiers de R_3 (resp. à la moitié de R_2). Un exemple concret nous fera du bien... Prenons le dernier disque ; il correspond à $N = 1$, $R \simeq 14500$ (la valeur exacte est 14506) et $I \simeq 1500$ Euros (la valeur exacte est 1522,1044). Le dernier carré correspond à $N = 2$, $R \simeq 29000 = 14500 \times 2$ (valeur exacte : $29012 = 2 \times 14506$) et $I \simeq 3000 = 1500 \times 2$ Euros (la valeur exacte est bien sûr le double de 1522,1044). Enfin, le dernier triangle correspond à $N = 3$, $R \simeq 43500 = 14500 \times 3$ (valeur exacte : $43518 = 14506 \times 3$) et $I \simeq 4500$ Euros (valeur exacte : le triple de 1522,1044).

Cette double dilatation suivant les deux axes a pour corollaire une proportionnalité des longueurs des segments eux-mêmes : si l'on mesure le segment joignant le i-ième disque au $(i + 1)$-ième, on trouve la moitié (resp. le tiers) de la longueur joignant le i-ième carré au $(i+1)$-ième (resp. le i-ième triangle au $(i+1)$-ième). Ainsi, pour passer de la courbe $N = 1$ à une autre, on l'étire dans le sens vertical et dans le sens horizontal d'un facteur commun convenable. Autre conséquence de tout ceci, des segments “correspondants” ont même pente (c'est particulièrement visible sur la figure 3 pour les deux triplets de segments non horizontaux, et peut se vérifier avec un règle sur la feuille et même sur l'écran de l'ordinateur !). Ce n'est rien d'autre que la traduction graphique de l'étude sur les augmentations à l'intérieur ou à l'extérieur de la même tranche faite au paragraphe III.1.

Pour résumer tout cela, une touche d'“optimisme”[4] :

Nous payons tous l'impôt sur le même modèle...

[4] Il nous paraît évident que les guillemets sont de rigueur : “le bonheur des uns fait...”

Chapitre 3

Les mariés payent-ils moins d'impôt ?

I Problème posé

La question qui nous intéresse ici est de savoir si l'on paye moins d'impôts lorsque l'on décide de s'unir par les liens sacrés du mariage. De nouveau, ce n'est ni simple ni évident... Nous ferons comme hypothèse principale que les fiancés faisaient deux déclarations séparées avant leur mariage et ne possédaient chacun qu'une seule part.

Voici ce que nous allons montrer dans la suite :

a. L'année de son mariage, le couple nouvellement uni a de grandes chances de payer moins d'impôts que si les époux n'étaient pas passés devant le maire. En revenant au jargon introduit au-dessus, on peut dire que le foyer fiscal unique constitué du couple marié payera moins d'impôt que les deux foyers de célibataires réunis.

   Quel gain le couple peut-il espérer ? S'il se marie le 1er janvier ou le 31 décembre, ce gain peut être nul. Alors que si le mariage a lieu en été, le nouveau foyer fiscal pourra très bien ne pas avoir d'impôt à payer du tout cette année-là...

b. Après cette "état de grâce", la situation redevient moins merveilleuse[1]. L'impôt du couple marié sera, au maximum, égal à la somme des impôts qu'auraient dû payer les deux ex-célibataires. Autrement dit, on est sûr de ne pas perdre face au fisc en se mariant (toujours sous des hypothèses de foyers relativement "simples"), mais on n'est pas certain de gagner concrètement quoi que ce soit. Tout dépend de l'écart entre les salaires des deux époux.

[1] Nous ne parlons que de l'aspect fiscal ! !

II L'année du mariage

Ce qui se passe l'année du mariage du point de vue fiscal n'est pas en rapport direct avec le mode de calcul présenté ci-dessus, mais concerne la façon de considérer le “passage à l'acte” que constitue le mariage.

En effet, l'administration fiscale découpe l'année du mariage en deux périodes : celle qui va du 1er janvier à la date du mariage, et celle qui complète l'année jusqu'au 31 décembre. Les deux époux remplissent chacun une déclaration séparée sur la période 1 et une déclaration commune sur la période 2. Ainsi, on réalise trois calculs : deux avec un nombre de parts égal à 1 et un revenu égal à celui de chaque époux pour la période 1, et un autre avec un nombre de parts égal à 2 et un revenu commun pour la période 2.

Poursuivons avec des exemples concrets. On considère deux foyers $\mathcal{F}_1 = (15000, 1)$ et $\mathcal{F}_2 = (12000, 1)$ (on ne dit pas lequel représente la femme et lequel représente l'homme...), et leur réunion symbolique (leur mariage) $\mathcal{F}_3 = \mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2 = (27000, 2)$ qui a lieu le 1er juillet. L'année suivante, chaque époux fera une déclaration séparée entre le 1er janvier et le 1er juillet (période 1), et une commune entre le 2 juillet et le 31 décembre (période 2). Pour la période 1, on suppose par exemple que $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ déclarent tous deux 7500 Euros[2]. D'après le tableau du 2, p.2 de la “Fiche de calculs facultatifs”, aucune de ces deux déclarations n'est imposable (revenu inférieur à 7844 Euros avec une part). Pour la période 2, le couple déclare un revenu de 12000 Euros, et n'est donc pas imposable (revenu inférieur à 12035 Euros avec deux parts). Conclusion : pas d'impôts à payer pour l'année du mariage...

Si le couple s'unit au tout début ou à la fin de l'année, les impositions peuvent être également plus basses, mais moins avantageuses que dans le cas précédent. Enfin si les revenus de chaque membre du ménage sont très élevés, même en se mariant en milieu d'année, une déclaration avec la moitié du salaire donnera lieu à une imposition non nulle, et la déclaration commune sera du même ordre. Tous les cas de figure peuvent se présenter. On peut même imaginer un gain supérieur à celui du premier exemple (avec les foyers $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ définis ci-dessus) pour un couple de cadres aux revenus très élevés se mariant en milieu d'année...

[2] Rappelons, comme cela a été convenu au tout début de notre formalisation, que le revenu R désigne le revenu net imposable après déduction et abbatement de 10 et 20 %.

III La déclaration commune après le mariage

On considre ici l'année qui suit le mariage. Le couple ne va remplir qu'une seule déclaration. Formalisons la situation : on considère deux foyers $\mathcal{F}_1 = (R_1, N_1 = 1)$ et $\mathcal{F}_2 = (R_2, N_2 = 1)$, tels que $Q_1 \in T_i$ et $Q_2 \in T_j$, qui se sont unis en un foyer $\mathcal{F}_3 = \mathcal{F}_1 \cup \mathcal{F}_2 = (R_3, N_3)$ avec $R_3 = R_1 + R_2$ et $N_3 = N_1 + N_2 = 2$. Remarquons que $Q_1 = R_1$, $Q_2 = R_2$ et $Q_3 = \dfrac{R_1 + R_2}{2}$.

Nous allons considérer deux cas, suivant que $T_i = T_j$ ou $T_i \neq T_j$.

1 $\mathcal{F}_1$ et F_2 sont dans la même tranche : $T_i = T_j$

Dans cette situation, $\mathcal{F}_3$ est également dans la tranche T_i [3]. Calculons les impôts dus par les trois foyers :

$$\begin{aligned}
I_1 &= R_1 \times m_i - a_i \\
I_2 &= R_2 \times m_i - a_i \\
I_3 &= R_3 \times m_i - a_i \times 2 \\
&= (R_1 + R_2) \times m_i - a_i \times 2 \\
&= \underbrace{R_1 \times m_i - a_i}_{=I_1} + \underbrace{R_2 \times m_i - a_i}_{=I_2} \\
&= I_1 + I_2.
\end{aligned}$$

Moralité : pas de baisse pour le couple une fois marié par rapport à son ancienne situation.

2 $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ ne sont pas dans la même tranche : $T_i \neq T_j$

Supposons par exemple que $j > i$, i.e. $R_2 > R_1$: le foyer $\mathcal{F}_2$ gagne plus que le foyer $\mathcal{F}_1$. On supposera pour simplifier la démonstration et notamment l'interprétation graphique (mais les résultats tiennent sans cette hypothèse supplémentaire) que $j = i + 1$. Ainsi $\mathcal{F}_1$ est dans une tranche et $\mathcal{F}_2$ est dans la suivante.

[3] En effet, la moyenne de R_1 et R_2, Q_3, est comprise entre R_1 et R_2 :

$$Q_3 \in [R_1, R_2] \subset T_i.$$

De nouveau, deux cas peuvent se présenter selon que Q_3 appartient à T_i ou T_j. Les résultats sont identiques mais le calcul diffère légèrement.

(i) $Q_3 \in T_i$. On a alors :

$$\begin{aligned} I_3 &= (R_1 + R_2) \times m_i - a_i \times 2 \\ &= \underbrace{R_1 \times m_i - a_i}_{=I_1} + \underbrace{R_2 \times m_i - a_i}_{=I'_2} \\ I_3 &= I_1 + I'_2. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Étudions la quantité $I_2 - I'_2$:

$$\begin{aligned} I_2 - I'_2 &= R_2 \times m_j - a_j - (R_2 \times m_i - a_i) \\ &= R_2 \times (m_j - m_i) - (a_j - a_i) \ ; \end{aligned}$$

Or :

$$R_2 \geq \alpha_j \Rightarrow R_2(m_j - m_i) \geq \alpha_j(m_j - m_i)$$

d'où :

$$R_2(m_j - m_i) - (a_j - a_i) \geq \alpha_j \times m_j - a_j - (\alpha_j \times m_i - a_i) = 0$$

d'aprs le chapitre 2 et l'hypothèse de continuité des tranches.
Ainsi $I_2 - I'_2 \geq 0$, soit $I'_2 \leq I_2$, et de (3.1) on déduit :

$$I_3 \leq I_1 + I_2.$$

(ii) $Q_3 \in T_j$. On a alors :

$$\begin{aligned} I_3 &= (R_1 + R_2) \times m_j - a_j \times 2 \\ &= \underbrace{R_1 \times m_j - a_j}_{=I'_1} + \underbrace{R_2 \times m_j - a_j}_{=I_2} \\ I_3 &= I'_1 + I_2. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Étudions la quantité $I_1 - I'_1$:

$$\begin{aligned} I_1 - I'_1 &= R_1 \times m_i - a_i - (R_1 \times m_j - a_j) \\ &= R_1 \times (m_i - m_j) - (a_i - a_j) \ ; \end{aligned}$$

Or :

$$R_1 \leq \alpha_j \Rightarrow R_1(m_i - m_j) \geq \alpha_j(m_i - m_j) \ \text{ car } \ m_i - m_j < 0$$

d'où :

$$R_1(m_i - m_j) - (a_i - a_j) \geq \alpha_j \times m_i - a_i - (\alpha_j \times m_j - a_j) = 0.$$

Ainsi $I_1 - I'_1 \geq 0$, soit $I'_1 \leq I_1$, et de (3.2) on déduit :

$$I_3 \leq I_1 + I_2.$$

Conclusion : dans les deux cas, la diffrence de tranche implique que le couple marié paye moins d'impôt que le couple de célibataires faisant deux déclarations.

IV Interprétation graphique des résultats

"Pourquoi une baisse plutôt que rien du tout ?" pourrait être la question posée par l'étude précédente. On aimerait ajouter aussi celle-ci : "Pourquoi une baisse et pas de hausse ?". Nous allons expliquer ce qui se passe graphiquement : c'est très simple. Il suffit en fait de relier la situation à une notion extrêmement connue et très importante en mathématiques.

1 L'impôt est une fonction convexe

Examinons la figure 4 (la couleur est vivement recommandée !). Sur l'axe des abscisses figure le revenu et l'axe des ordonnées donne l'impôt dû en fonction de ce revenu. Bien sûr, on s'aperçoit que nous n'avons pas respecté les valeurs du barème (tranches, valeurs de m_i, m_j, a_i, a_j...), mais cela ne nuit pas à l'explication qui va suivre.

La courbe bleue en trait continu représente la variation de l'impôt pour un nombre de parts $N = 1$ fixé et pour la tranche T_i . La courbe bleue tracée en style "point-tiret" est le prolongement de la courbe précédente sur la tranche suivante T_j ; nous ne l'utiliserons pas car sur cet intervalle T_j le calcul de l'impôt se fait par la courbe rouge en trait continu, mais nous la retrouverons dans le graphique suivant. La courbe rouge tracée en style "point-tiret" représente donc les variations de l'impôt de la courbe rouge, mais sur T_i : nous ne l'utiliserons donc pas non plus ici mais la retrouverons dans le graphique suivant et dans une situation différente.

Nous nous sommes placés dans la situation suivante : $\mathcal{F}_1 = (4, 1)$ (donc $Q_1 = 4 \in T_i$), $\mathcal{F}_2 = (8, 1)$ (donc $Q_2 = 8 \in T_j$). On lit I_1 et I_2 sur l'axe des ordonnées en utilisant les graphes respectivement bleu et rouge : $I_1 = 3$ et $I_2 = 10$. Par ailleurs, $\mathcal{F}_3 = (12, 2)$.

Comment calculer I_3, puisque les courbes données ne sont valables que pour $N = 1$? Réponse : en se ramanant à ce cas basique par la relation fondamentale (2.1) : $Q_3 = 6$, donc $I_3 = 2 \times I'_3$ où I'_3 est l'impôt d'un foyer $\mathcal{F}'_3 = (R_3 = Q_3 = 6, 1)$. Comme $Q_3 \in T_j$, on lit I'_3 à partir de 6 et de la courbe rouge (point M sur l'axe des ordonnées) : $I'_3 = 6$, d'où $I_3 = 12$. Enfin, on peut calculer $I_1 + I_2$ pour comparer cette somme à I_3 :

$$I_1 + I_2 = 13 \geq I_3 = 12.$$

On retrouve bien le résultat montré dans le paragraphe précédent, ce qui est rassurant, mais en plus ici nous allons pouvoir expliquer ce qui se passe. Partons du point S (coordonnées : 0 et 6,5) sur l'axe des ordonnées et suivons le segment horizontal qui le relie au segment vert. Ce dernier relie les points (4,3) et (8,10) qui ont servi à déterminer les impôts I_1 et I_2. Comme $6,5 = (3 + 10)/2$, on tombe exactement sur le milieu du segment vert[4]. Autrement dit, S est situé à $\dfrac{I_1 + I_2}{2}$. Comme M est lui situé à $\dfrac{I_3}{2}$, on retrouve bien le résultat annoncé ($I_3 \leq I_1 + I_2$) et en plus on comprend que cela est lié à la convexité de la courbe formée par les deux segments en traits plein bleu et rouge. Rappelons, pour faire le lien avec les mathématiques, une caractérisation géométrique de la notion de convexité :

> Une courbe (ou la fonction qu'elle représente) est convexe si la portion de courbe correspondant à deux valeurs quelconque de la variable est toujours située "sous" la corde qui relie les extrémités de cette portion.

C'est bien le cas ici : la corde verte est bien au-dessus de la courbe bleue/rouge en trait continu. Ainsi la fonction étudiée (l'impôt en fonction du revenu) est-elle convexe[5].

Nous pouvons aussi utiliser une caractérisation "algébrique" de la convexité. Pour cela, appelons f la fonction représentée par la courbe polygonale bleue-rouge en trait continu sur l'intervalle $[-1, 9]$, et R la variable sur l'axe des abscisses. On a[6] :

$$\frac{I_3}{2} = M = f\left(\frac{R_1 + R_2}{2}\right) = f\left(\frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{2}\right)$$

et :

$$\frac{I_1 + I_2}{2} = S = \frac{f(R_1) + f(R_2)}{2} = \frac{f(R_1)}{2} + \frac{f(R_2)}{2}.$$

Alors l'inégalité $M \leq S$ qui traduit l'inégalité $I_3 \leq I_1 + I_2$ s'écrit :

$$f\left(\frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{2}\right) \leq \frac{f(R_1)}{2} + \frac{f(R_2)}{2},$$

ce qui n'est autre qu'une conséquence de la convexité de f puisque :

[4] On peut s'amuser à le vérifier sur l'écran même d'un ordinateur.

[5] Ce qui, au passage, s'explique très bien, puisque c'est dû au fait que les coefficients m_i sont de plus en plus grands.

[6] On confondra ici les points M et S et la valeur de leur ordonnée.

si la fonction f définie sur l'intervalle I est convexe, alors on a

$$\forall (x, y) \in I^2,\ \forall \alpha \in]0, 1[,\ f(\alpha x + (1-\alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1-\alpha) f(y).$$

Ceci répond donc à la première question que nous nous étions posée. Qu'en est-il de la seconde ? Autrement dit, si la convexité joue un rôle pour obtenir un impôt après mariage moins important (toujours sous l'hypothèse de tranches T_i et T_j différentes), le contraire est-il valable ? La réponse est bien entendu positive ! En effet, si la fonction qui liait le revenu à l'impôt sur toutes les tranches était concave (non convexe), alors le mariage serait une catastrophe... financière ! ! Pour nous en convaincre, reportons-nous à la figure 5 qui utilise les mêmes fonctions que ci-dessus, mais en quelque sorte dans l'ordre inverse, en ce sens que les traits continus et les traits en "point-tiret" ont été inversés. Ainsi, la première portion (correspondant à la tranche T_i) a désormais une pente moins importante que la seconde. Nous sommes partis des mêmes valeurs pour R_1 et R_2, qui ont conduit aux résultats suivants : $I_1 = 2$, $I_2 = 7$, $I_1 + I_2 = 9$ et $I_3 = 5 \times 2 = 10$. Dans ce cas on obtient donc :

$$I_3 \geq I_1 + I_2,$$

ce qui n'aidera pas les ménages à retrouver la paix !

Que s'est-il passé ? Comme on va chercher la somme $I_1 + I_2$ par l'intermédiaire de la corde verte située sous la courbe, pour la comparer à la valeur I_3 obtenue à partir de ladite courbe, on aboutit nécessairement à l'inégalité ci-dessus. C'est donc le caractère concave (soit non convexe), mis en évidence à nouveau ici, qui est à l'origine des résultats[7].

Remarque

On comprend mieux au vu de l'étude précédente ce qui se passe lorsque $T_i = T_j$. Dans ce cas, on reste cantonné à une portion de droite et les choses se simplifient grandement. Reprenons par exemple la figure 4 et imaginons que les droites bleu et rouge soient les mêmes. Dans ce cas, le segment vert est porté par cette droite, et irrémédiablement les points M et S sont confondus. Ainsi, $I_3 = I_1 + I_2$: il n'y a aucun gain lorsque les revenus des deux époux sont dans la même tranche...

[7] De là à penser que la convexité est une "bonne" chose et qu'il faut la cultiver dans la vie quotidienne, il y a un faussé que nous nous garderons bien d'essayer même de mesurer... Certains, en d'autres lieux et d'autres temps, avaient tiré des conclusions farfelues des résultats d'incomplétude de Gödel en les appliquant... à la politique !

figure 1 : variations de l'impot en fonction de la tranche

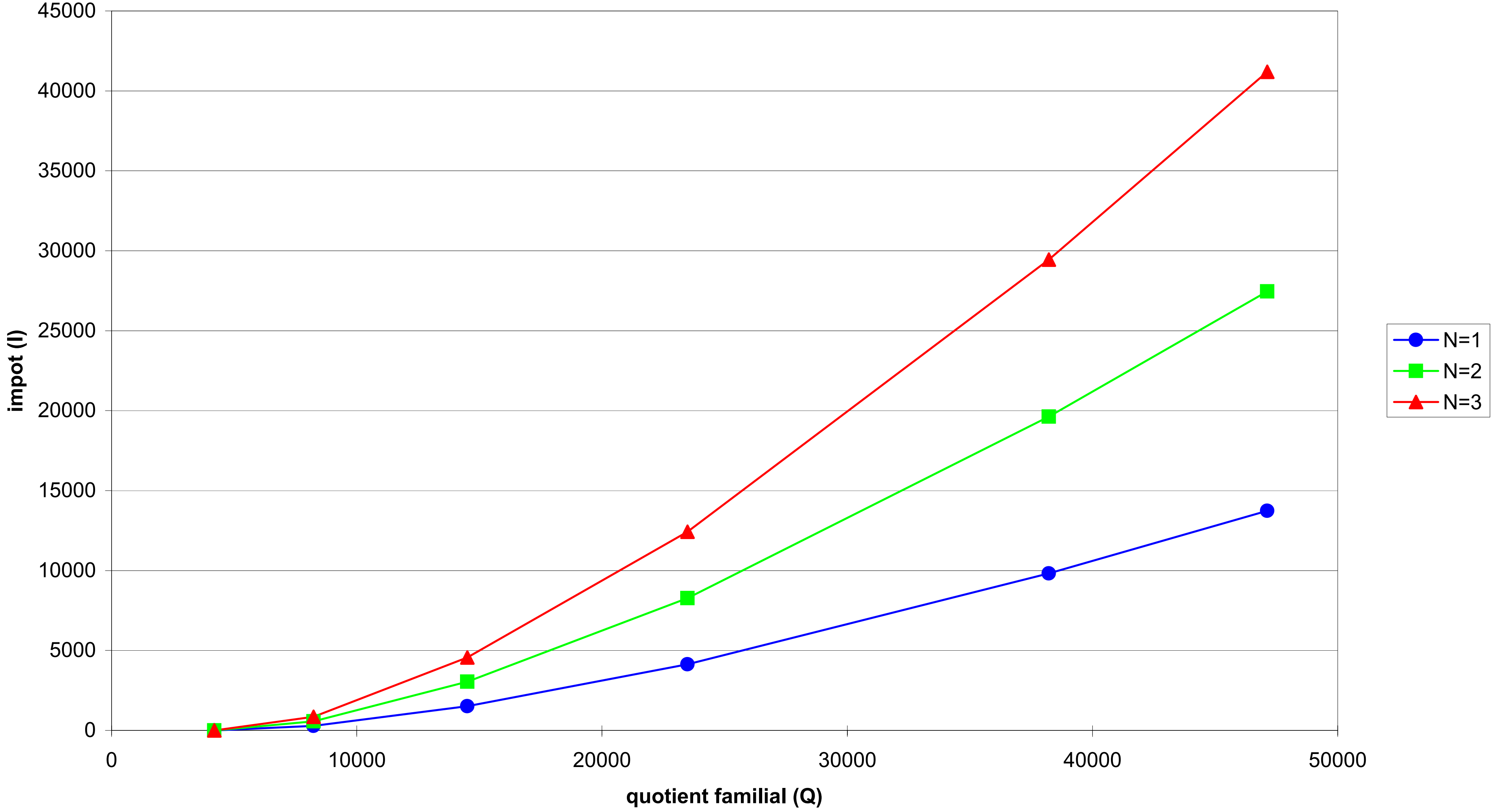


figure 2 : Variations de l'impot en fonction du revenu

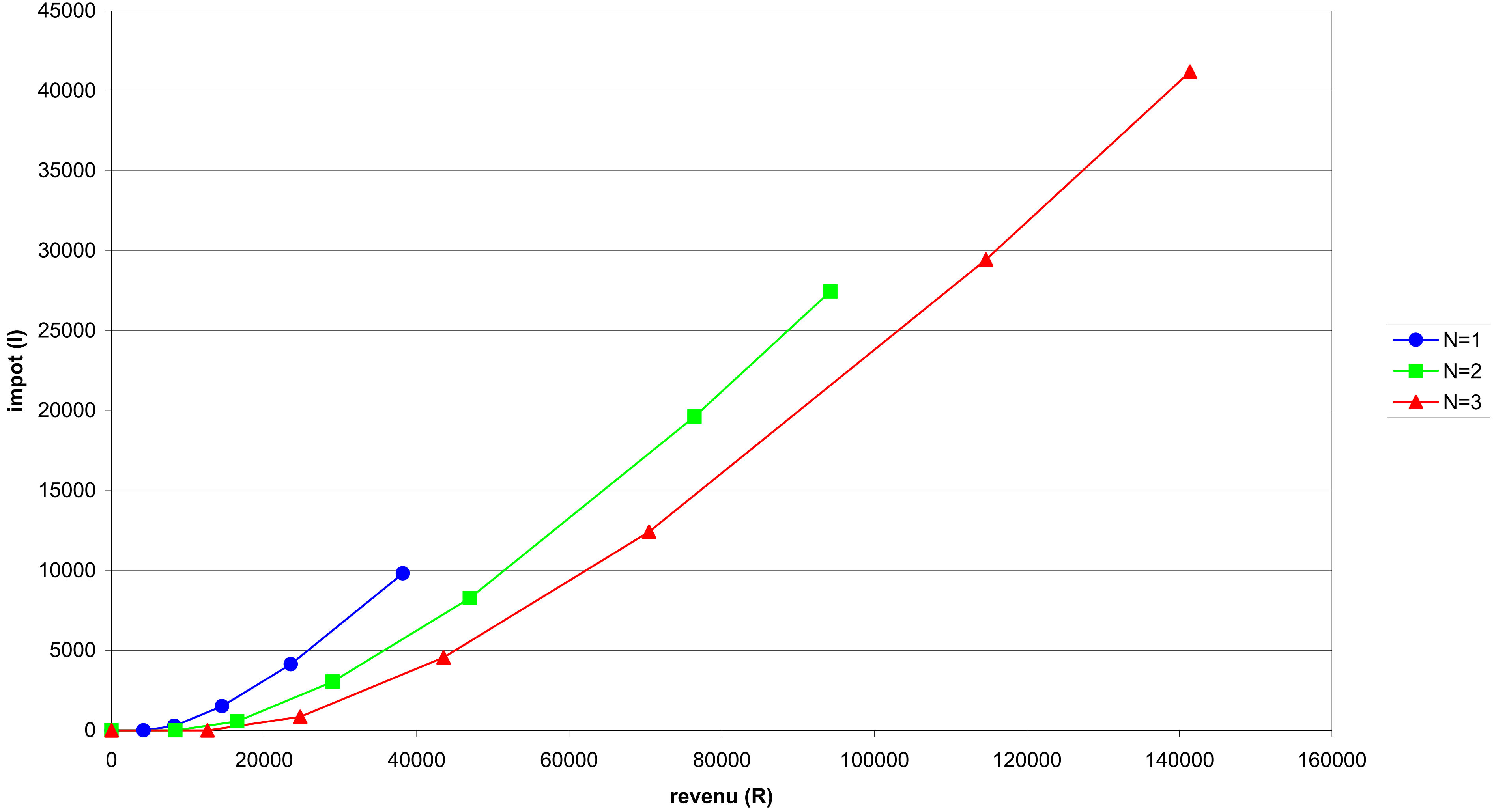
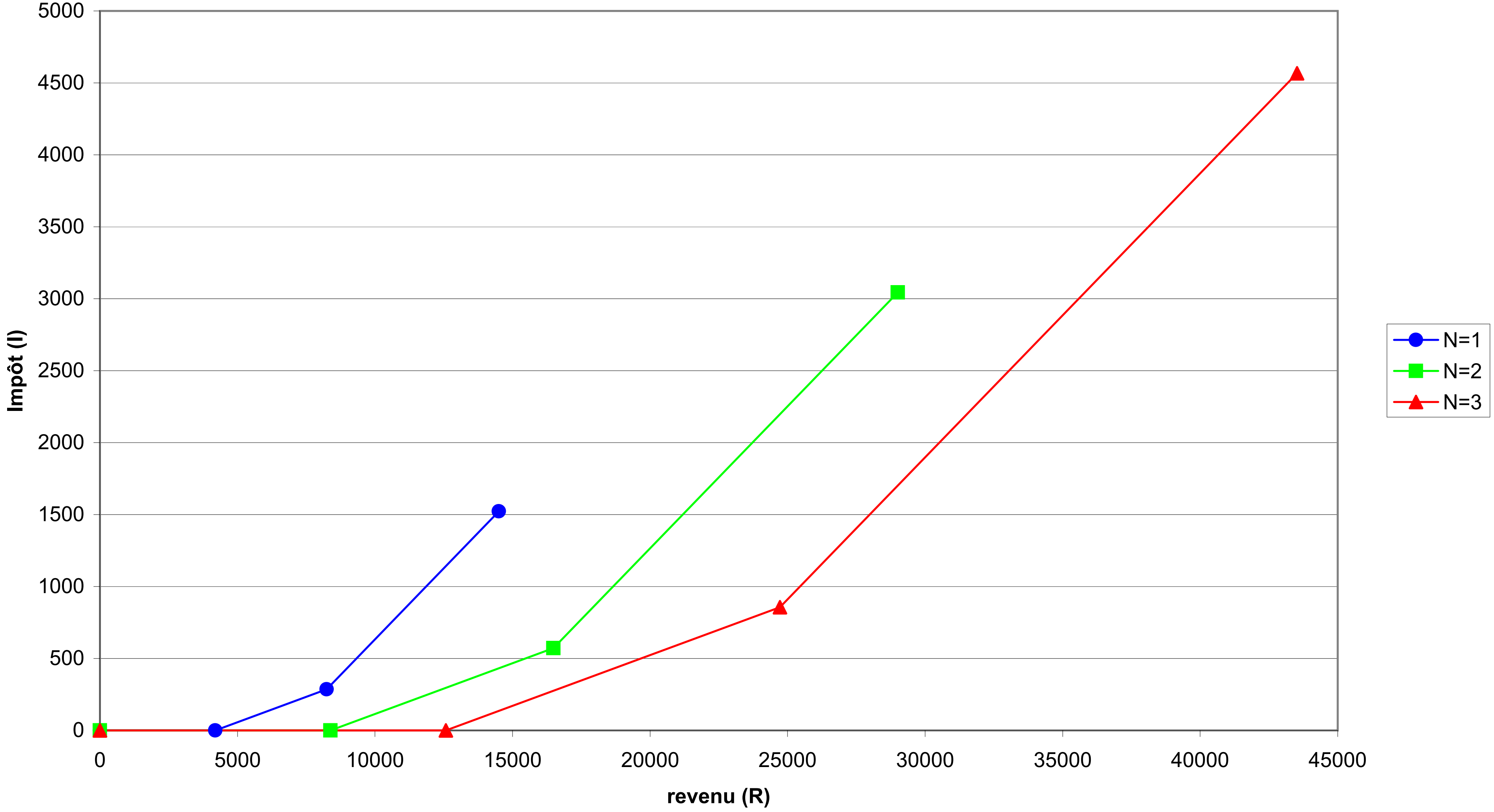


figure 3 : comparaison sur 2 tranches de l'impôt



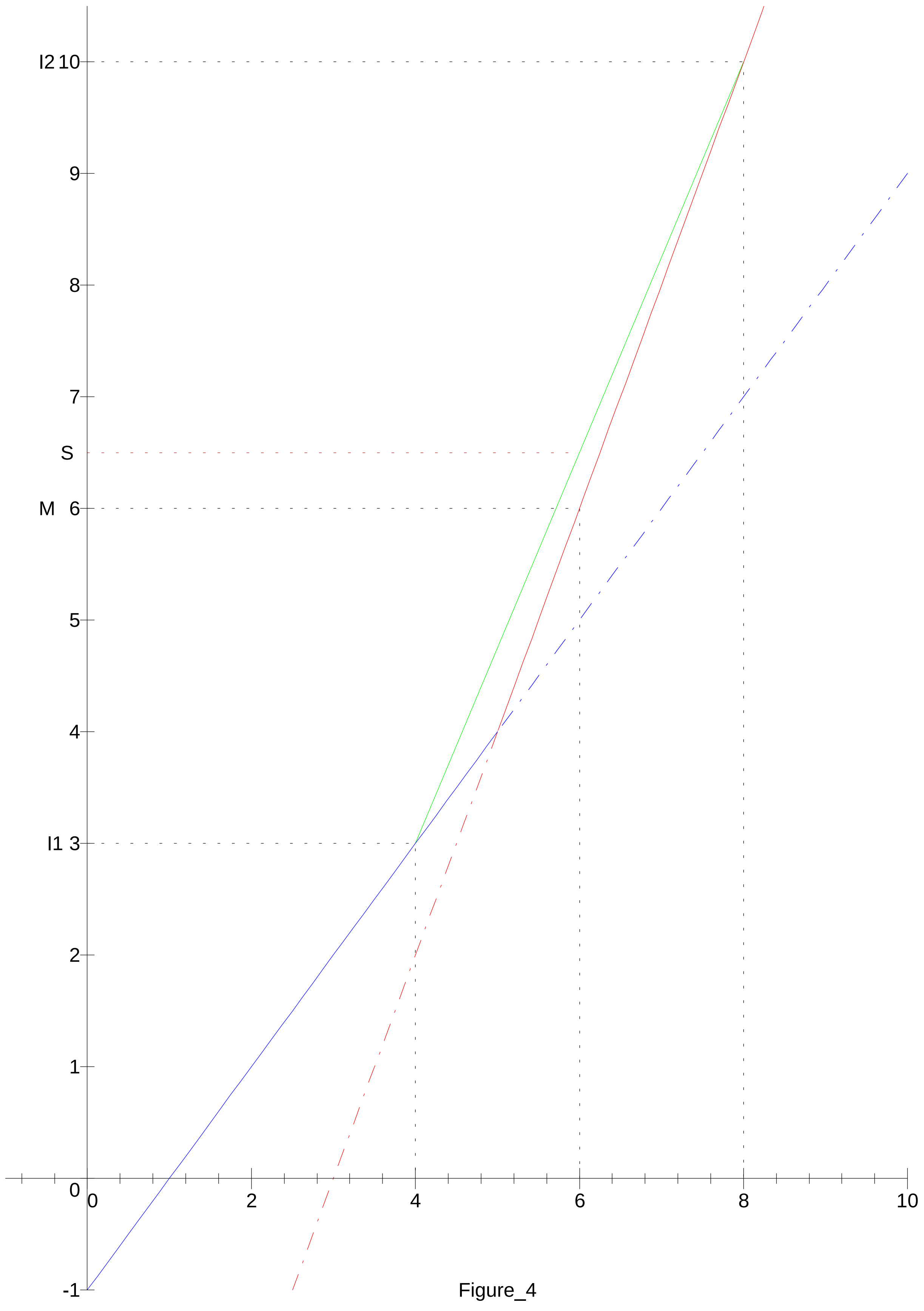


Figure_4

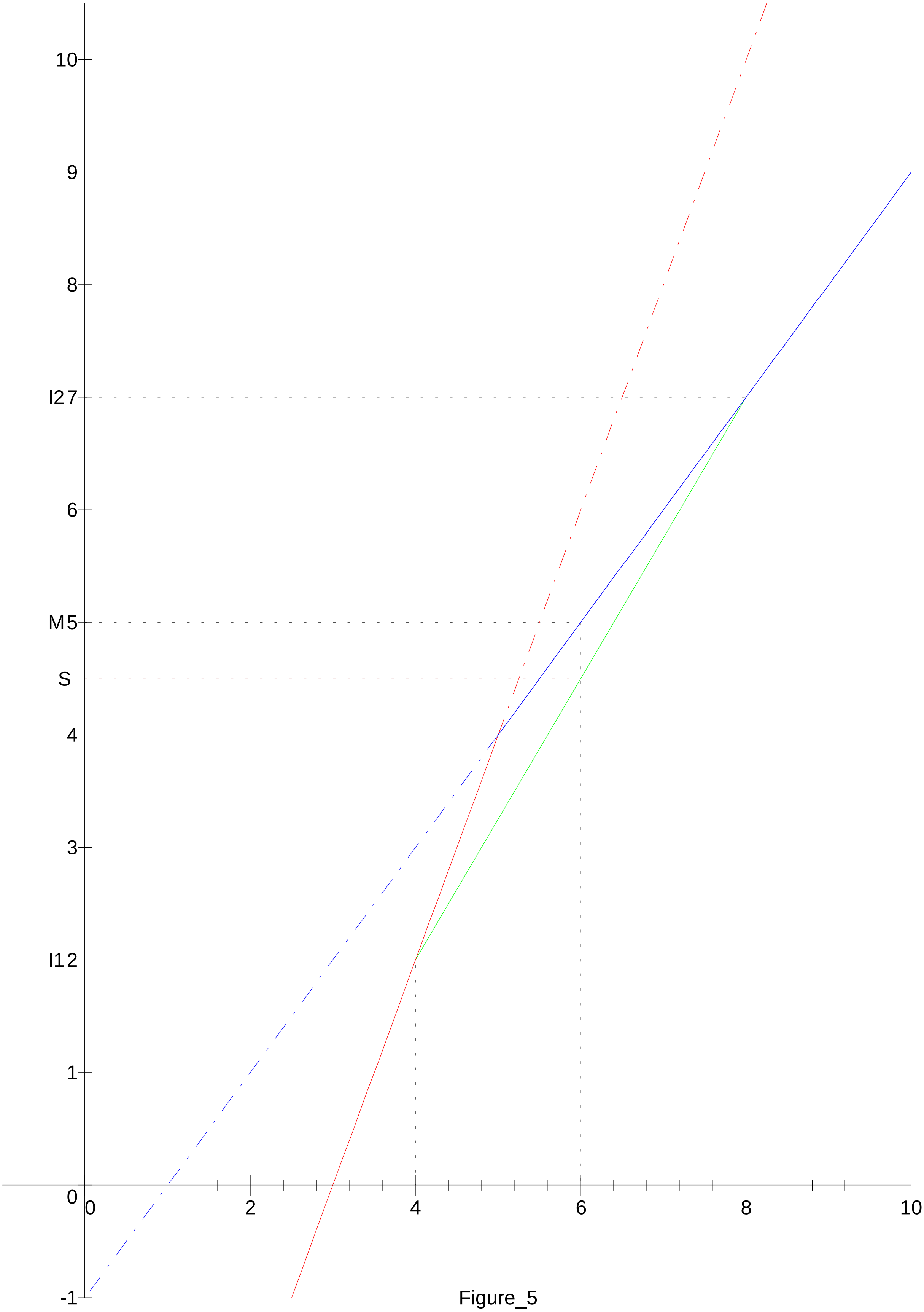


Figure_5