Interférences lumineuses

Modèle scalaire des ondes lumineuses

• **Onde monochromatique** $\boxed{a(M,t) = A(M)\cos(\omega(t-\tau_M) - \varphi_S)}$ τ_M = temps mis par la lumière pour se proager de la source S au point $M \Rightarrow$ phase de l'onde en M à l'instant t = phase de S à $t - \tau_M$ (idée de *propagation*). NB : la phase φ_S n'a pas de sens physique !

• **Couleur d'une onde** Pour caractériser une onde moonchromatique, on utilise indifféremment sa *période* ($T = 2\pi/\omega$), sa *fréquence* ($f = 1/T$) ou sa *longueur d'onde dans le vide* = longueur parcourue par l'onde dans le vide pendant une période T (λ_0) reliées par la formule : $\boxed{\lambda_0 = cT = 2\pi\frac{c}{\omega}}$.

• **Chemin optique** $\boxed{(SM) = \int_S^M n(P)ds = c\tau_M}$: le *chemin optique* (SM) est une mesure *en unité de longueur* du temps mis par la lumière pour se propager de S à M. $\Rightarrow$ $\boxed{a(M,t) = A(M)\cos\left(\omega t - \varphi_S - 2\pi\frac{(SM)}{\lambda_0}\right)}$

• **Retard de phase** $\boxed{\varphi_M = \varphi_S + 2\pi\frac{(SM)}{\lambda_0}}$ d'où $\boxed{a(M,t) = A(M)\cos(\omega t - \varphi_M)}$ $\rightarrow$ en complexes : $\boxed{\underline{a}(M,t) = A(M)e^{j(\omega t - \varphi_M)}}$

• **Expression du retard de phase φ_M en M en fonction du chemin optique et déphasage** La lumière émise par une source lumineuse peut être décrite par la propagation d'un champ scalaire $a(M,t)$ ("on ne précise pas la nature de cette vibration, ce qui permet d'étendre les résultats à d'autres domaines"). Par analyse de Fourier, on peut décomposer a en une somme d'ondes monochromatiques : $a(M,t) = A(M)\cos[\omega(t-\tau_M) - \varphi_S]$ avec τ_M = temps mis par la lumière pour se propager de S à M.
On peut exprimer le "retard" τ_M (retard car "la phase de l'onde à t est la même que la phase de la source à $t - \tau_M$, ce qui constitue l'idée même de propagation") : si s est l'abscisse curviligne le long du rayon lumineux allant de S à M, on a $\tau_M = \int_{t=0}^{t=\tau_M} \mathrm{d}t = \int_S^M \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}s} = \int_S^M \frac{1}{c(P)}\,\mathrm{d}s = \frac{1}{c}\int_S^M n(P)\,\mathrm{d}s$. D'où, en définissant le *chemin optique* entre S et M (qui est une mesure en unité de longueur du temps mis par la lumière pour aller de S à M) $(SM) = \int_S^m n(P)\,\mathrm{d}s = c\tau_M$, l'expression de a devient $a(M,t) = A(M)\cos\left(\omega t - \varphi_S - \frac{\omega}{c}(SM)\right) = A(M)\cos\left(\omega t - \varphi_S - 2\pi\frac{(SM)}{\lambda_0}\right)$. On définit le *retard de phase* :
$\boxed{\varphi_M = \varphi_S + 2\pi\frac{(SM)}{\lambda_0}}$
NB : Ceci vaut pour une source S unique. Dans le cas de deux sources, on cherche la *différence de phase* en M entre la vibration issue de S_2 et celle issue de S_1. Si $\delta_M = (S_2M) - (S_1M)$ est la différence de marche, et en notant maintenant par φ_M la différence de phase cherchée, on obtient $\varphi_M = \varphi_{S2} - \varphi_{S1} + 2\pi\frac{\delta_M}{\lambda_0}$. Si de plus les phases φ_{S1} et φ_{S2} sont égales (exemple des fentes d'Young avec source principale placée sur l'axe), alors le déphasage se réduit à $\varphi_M = 2\pi\frac{\delta_M}{\lambda_0}$.

• **Sensibilité d'un détecteur optique** Fréquences élevées en optique ($f \approx 10^{15}$ Hz) $\Rightarrow$ détecteur d'ondes lumineuses ne peut être sensible qu'à une moyenne temporelle. Mais un détecteur linéaire qui serait sensible à $< a(M,t) >$ serait totalement inefficace car cette valeur moyenne est nulle : $\Rightarrow$ sensibilité à $\langle a^2(M,t)\rangle$.

Principe du phénomène d'interférences

• **Superposition de 2 ondes** On considère deux sources S_1 et S_2 ponctuelles monochromatiques de pulsation ω_1 et ω_2. Un point M reçoit les ondes (en complexe) $\underline{a_i}(M,t) = A_i(M)\mathrm{e}^{j(\omega_i t - \varphi_{iM})}$ donc il reçoit les amplitudes complexes $\underline{a_i}(M) = A_i(M)\mathrm{e}^{-j\varphi_{iM}}$ correspondantes.
Postulat fondamental : *on additionne les amplitudes complexes, i.e.* les amplitudes instantanées émises s'ajoutent et l'amplitude instantanée reçue en M vaut $a(M,t) = a_1(M,t) + a_2(M,t)$. Ainsi pour le calcul on peut passer en complexes : $\boxed{I(M) = \frac{1}{2}\,\underline{a}(M,t)\,\underline{a}^*(M,t)}$ (en régime sinusoïdal permanent).

• **Premier critère de cohérence** Dans le cas général, on trouve : $I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} < \cos[(\varphi_{1M} + \varphi_{2M}) - (\omega_1 + \omega_2)t] + \cos[(\varphi_{1M} - \varphi_{2M}) - (\omega_1 - \omega_2)t] >$. Le dernier terme est nul sauf si $\omega_1 = \omega_2$.
$\Rightarrow$ *si* $\omega_1 \neq \omega_2$, $I(M) = I_1 + I_2$: $\boxed{\text{2 ondes lumineuses de fréquences différentes n'interfèrent pas}}$

• **Cas de sources de même pulsation ω ($\Rightarrow$ même longueur d'onde)** $\rightarrow$ Dans ce cas on a $\boxed{I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\varphi_M)}$ avec $\varphi_M = \varphi_{2M} - \varphi_{1M} = \varphi_{S2} - \varphi_{S1} + \dfrac{2\pi}{\lambda_0}((S_2M) - (S_1M))$ ($\rightarrow$ *terme d'interférences* dû au déphasage φ_M).

On note $\boxed{\delta_M = (S_2M) - (S_1M)}$ la *différence de marche en M*, d'où $\boxed{\varphi_M = \varphi_{S2} - \varphi_{S1} + 2\pi\dfrac{\delta_M}{\lambda_0}}$

NB : $\delta_M = c(\tau_{S_2M} - \tau_{S_1M})$ est la mesure en *unités de longueur* l'écart entre les temps de propagation de S_1 à M et de S_2 à M.

• **Modèle des trains d'onde** *Deux ondes émises par deux sources ponctuelles distinctes sont incohérentes, donc n'interfèrent pas.*
Interprétation : les sources ponctuelles monochromatiques n'émettent pas continûment mais par *trains d'onde* représentant correctement une onde monochromatique mais de phase aléatoire. Pour une lampe spectrale, la durée moyenne d'un train d'onde est $\tau \approx 10^{-11}$ s, qui est aussi la durée approximative entre deux trains. Cette valeur est très grande devant la période $T \approx 10^{-14}$ s des ondes, mais très petite devant le temps de réponse τ_D des détecteurs, lui-même très petit devant la période d'intégration θ sur laquelle s'effectue la moyenne qui permet de calculer $a^2(M,t)$.
On montre qu'en calculant les valeurs moyennes de a^2 d'abord par rapport à τ puis par rapport à θ, on obtient comme terme d'interférences : $< \cos(\varphi_{S1} - \varphi_{S2} + 2\pi\lambda_M/\lambda_0) >$ où le déphasage $\varphi_{S1} - \varphi_{S2}$ varie aléatoirement dans $[0, 2\pi]$ pour deux sources lorsqu'on change de train d'ondes. Donc ce terme est nul et les ondes sont décorrélées (pas d'interférences).

• **Longueur de cohérence (temporelle)** *Deux ondes issues d'une même source ponctuelle monochromatique ne sont cohérentes que si la différence de marche δ_M est inférieure en valeur absolue à la longueur de cohérence $l_c = c\tau$ de la sourece : $\delta_M < l_c$.*
En effet, si cette inégalité n'est pas vérifiée, alors le retard temporel δ_M/c est supérieur à la durée moyenne τ entre deux trains d'ondes : elles sont alors décorrélées.

• **Critère de cohérence (temporelle) pour obtenir des interférences** Lorsque la différence de marche (différence des chemins optiques) $(SM)_2 - (SM)_1$ devient supérieure à une certaine valeur (caractéristique de la source), on observe un brouillage des franges d'interférences et le phénomène disparaît.
On rappelle la forme de la différence de phase à l'origine dans le cas d'une source principale S ayant donné deux sources secondaires : $\varphi_M = \varphi_{S2} - \varphi_{S1} + 2\pi\dfrac{\delta_M}{\lambda_0}$.
Si les deux ondes qui interfèrent appartiennent au même train d'ondes, les phases φ_{S2} et φ_{S1} sont égales. C'est le cas si la différence entre les temps de parcours τ_1 et τ_2 (entre S_1 ou S_2 et le point M) est inférieure à la durée moyenne entre deux trains d'ondes τ : $|\tau_2 - \tau_1| < \tau$. On multiplie par la vitesse c pour obtenir des chemins optiques : $|\delta_M| = |(SM)_2 - (SM)_1| < c\tau$.
Si cette inégalité est fausse, c'est que les deux ondes sont issues de trains d'ondes différents, et alors elles sont décorrélées car la différence de phase $\varphi_{S2} - \varphi_{S1}$ varie aléatoirement à l'échelle de temps d'intégration des détecteurs : $\left\langle \cos\left(\varphi_{S2} - \varphi_{S1} + 2\pi\frac{\delta_M}{\lambda_0}\right)\right\rangle = 0$.
En résumé, les deux ondes issues de la même source (monochromatique) sont cohérentes seulement si la différence de marche vérifie :
$\boxed{|\delta_M| < l_c = c\tau \quad (l_c = \textit{longueur de cohérence})}$

• **Critère de cohérence (temporelle) définitif** *Deux ondes sont cohérentes si elles sont issues d'une même source ponctuelle monochromatique et si la différence de marche δ_M est inférieure à la longueur de cohérence l_c de la source.*
$\Rightarrow$ Dans ce cas, $\boxed{\varphi_M = 2\pi\dfrac{\delta_M}{\lambda_0} = 2\pi p_M}$ avec $\boxed{p_M = \dfrac{\delta_M}{\lambda_0}}$ *(ordre d'interférences = numéro d'une frange comptée à partir de la frange centrale).*

• **Franges brillantes/franges sombres** On a des **franges brillantes** lorsque : *les deux ondes sont en phase*, soit encore lorsque *la différence de marche est multiple de la longueur d'onde*, soit encore lorsque *l'ordre d'interférences est un entier* :
$\boxed{\varphi_M = 2n\pi \text{ ou } \delta_M = n\lambda_0 \text{ ou } p_M \in \mathbb{Z}}$ $\Rightarrow$ interférences *constructives*.
On a des **franges sombres** lorsque : *les deux ondes sont en opposition de phase*, soit encore lorsque *la différence de marche est multiple impair de la longueur d'onde*, soit encore lorsque *l'ordre d'interférences est un demi-entier* :
$$\boxed{\varphi_M = (2n+1)\pi \text{ ou } \delta_M = \frac{2n+1}{2}\lambda_0 \text{ ou } p_M \in \frac{1}{2} + \mathbb{Z}}$$
La **frange centrale** est *la frange de différence de marche nulle*.

• **Contraste** On suppose $I_1 = I_2$. En effet, pour obtenir des figures d'interférences bien contrastées, il faut faire interférer des ondes de même intensité. Alors $I(M) = 2I_0(1 + cos(\varphi_M))$, et le contraste vaut : $\boxed{C = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = 1}$
N.B. : Dans le cas où les intensités sont différentes, on a $C = \dfrac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$. On retrouve : $C = 0$ si I_1 ou $I_2 = 0$, et $C = 1$ si $I_1 = I_2$.

• **Franges rectilignes et anneaux** Les *franges rectilignes* sont obtenues dans le cas d'une observation *latérale*, *i.e.* lorsque l'écran est parallèle à (S_1S_2). Ces franges sont alors des branches d'hyperboles.
Les *anneaux* sont obtenus dans le cas d'une observation *axiale*, *i.e.* lorsque l'écran est perpendiculaire à (S_1S_2). Ces anneaux sont les intersections d'hyperboloïdes avec l'écran.

• **Interférences localisées et non localisées : influence de la taille de la source sur le contraste** – Si la source étendue utilisée est une *fente fine parallèle aux franges rectilignes*, les figures d'interférences des différents points de la source coïncident. La figure obtenue possède le même contraste que dans le cas de la source ponctuelle, mais est beaucoup plus lumineuse. Dans les autres cas de source étendue, on observe une diminution du contraste par rapport à la source ponctuelle.
– Pour un dispositif à division du front d'onde, le contraste diminue rapidement avec l'élargissement de la source pour finalement obtenir des interférences rapidement brouillées (exemple des fentes d'Young).
– On dit que les interférences sont *non localisées* lorsque le contraste est le même pour toutes les positions de l'écran dans le champ d'interférence. Tout dispositif interférentiel éclairé *par une source ponctuelle* donne de telles interférences non localisées.
– On dit que les interférences sont *localisées* lorsque le contraste est maximal sur la surface de localisation qui est l'endroit où les rayons se rejoignent. Les dispositifs à *division d'amplitude* (exemple : interféromètre de Michelson) éclairés *par des sources étendues* donnent des interférences localisées.
Pour résumer, on a le tableau

Front d'onde (Young)	**Amplitude** (Michelson)	
Non localisées	Non localisées	**ponctuelle**
Brouillage	Localisées à l'infini	**élargie**

Pour une source étendue, $\delta_Q(M)$ en M sur l'écran ne dépend pas de la position du point Q de la source (admis).

• **Les deux types de dispositifs expérimentaux :** 1. *à division de front d'onde* : on isole spatialement 2 parties d'une onde provenant d'une même source. Ex. : fentes d'Young.
2. *à division d'amplitude* : rayon issu d'une unique source séparé en 2 parties par un système optique (par exemple une lame réfléchissante). Ex. : Interféromètre de Michelson.

Dispositif d'Young : étude des franges

• **Dispositif physique** 2 trous fins S_1 et S_2 percés dans un écran opaques, qui se comportent comme 2 sources secondaires fictives d'une même source S ($\rightarrow$ ondes cohérentes) et émettent une onde sphérique. La différence de marche vaut $\delta_M = (S_2M) - (S_1M)$. Pour une frange, on doit avoir $\delta_M = (S_2M) - (S_1M) =$ cte d'où des hyperboloïdes de révolution de foyer S_1 et S_2. Dans les conditions réelles d'observation, $D = d($Écran,Sources$)$ importante de sorte qu'on voit des segments (observation au voisinage de l'origine).

• **Calcul de la différence de marche pour les fentes d'Young** La différence de marche vaut $\delta_M = (SM)_2 - (SM)_1 = (S_2M) - (S_1M)$. $M(x, y, z)$, $S_1(a/2, 0, 0)$, $S_2(-a/2, 0, 0)$, on suppose $D >> x$ et y :
$S_1M = D\sqrt{1 + \dfrac{(\frac{a}{2} - x)^2 + y^2}{D^2}} \simeq D\left[1 + \dfrac{(\frac{a}{2} - x)^2 + y^2}{\mathbf{2}D^2}\right]$ Idem avec S_2 ($a \rightarrow\ -a$) $\Rightarrow$ $\boxed{\delta_M = \dfrac{nax}{D}}$
NB : Dans l'approximation D très grand devant a, on retrouve le fait que les franges *sont des droites*. On dit qu'on a des *interférences non localisées*.

• **Interfrange** *C'est la distance entre 2 franges de même nature (brillantes ou sombres)* : $\delta_M = p\lambda_0 = \dfrac{\lambda_0 D}{a}$, soit $x_p = \dfrac{p\lambda_0 D}{na}$ et donc
$\boxed{i = x_{p+1} - x_p = \dfrac{\lambda_0 D}{na}}$
A.N. Avec $D \approx 1$ m et $\lambda_0 \approx 500$ nm, pour séparer les franges à l'oeil nu il faut $i \geq 0,5$ mm, soit $a \leq 1$ mm.

• **Ordres de grandeurs expérimentaux** $d \approx 1/10^e$ de mm, $a \approx$ mm, λ(laser He-Ne)≈ 632 nm. Si $D = 1$ m, $i \approx 0,6$ mm : une bonne dizaine de franges sont visibles.

• **Fentes d'Young** Si l'on remplace la source ponctuelle par une fente horizontale, la figure est conservée et devient plus lumineuse et moins restreinte dans la direction de (Oy).
Si l'on remplace le trou source et les trous d'Young par des fentes fines et parallèles, on obtient la même figure qu'avec des trous, mais plus lumineuse.
Pour un contraste acceptable, il faut des sources très fines, dont la largeur est de l'ordre du $1/10^e$ de mm.

Interféromètre de Michelson

Généralités

• **Description et fonctionnement de l'appareil** La lame séparatrice semi-réfléchissante d'épaisseur en pratique non nulle induit un décalage pour le rayon la traversant. Dans un premier temps, on néglige ce décallage, mais on peut se ramener à ce cas idéal par l'utilisation d'une *lame compensatrice* qui est une lame de même verre et même épaisseur que la séparatrice. Cependant, la compensation n'est parfaite que si l'interféromètre est réglé en lame d'air à faces parallèles et si les interférences sont observées à l'infini.
Le faisceau incident est divisé en 2 par la lame séparatrice : un premier faisceau traverse la lame sans déviation, se réfléchit sur le miroir M_1 et revient sur la séparatrice où il est partiellement réfléchi vers la sortie (la partie qui traverse la séparatrice et retourne vers la source est inutilisable). Le second faisceau est entièrement réfléchi sur la séparatrice, se réfléchit sur le miroir M_2, revient sur la séparatrice où il est également partiellement transmis vers la sortie (l'autre partie réfléchie vers la source est inutilisable).
Les deux miroirs font un angle voisin de $\frac{\pi}{2}$ entre eux et un angle voisin de $\frac{\pi}{4}$ avec la séparatrice.

• **Sources secondaires pour des sources ponctuelles à distance finie** 1. Un rayon issu de la source principale S traverse la séparatrice sans être dévié puis est réfléchi par M_1 : il semble provenir de la source S'_1 image (symétrique) de S par rapport à M_1. Après s'être réfléchi sur la séparatrice, le rayon semble provenir de S_1 image de S'_1 par rapport à la séparatrice.
2. Un rayon issu de la source principale S se réfléchit sur la séparatrice et semble venir de S'_2 image (symétrique) de S par rapport à la séparatrice. Après réflexion sur M_2, il semble venir de S_2 image (symétrique) de S'_2 par rapport à M_2.
Donc, à la sortie, tous les rayons semblent provenir de l'une des deux sources fictives S_1 ou S_2 appelées *sources secondaires*. S_1 se déduit de S par symétrie par rapport à M_1 puis par rapport à la séparatrice, et S_2 se déduit de S par symétrie par rapport à la séparatrice puis par rapport à M_1. N.B. : Dans cette étude, on a bien considéré 2 rayons *distincts* issus de S...

• **Chemins optiques** Par la voie 1, on a (dans l'air d'indice 1) : $(SP)_1 = SP'_1 + P'_1P_1 + P_1P$ avec P_1 point de la séparatrice où le rayon la traverse, et P'_1 est le point de M_1 où le rayon se réfléchit après passage sans déviation par la séparatrice. Par ailleurs, $(S_1P) = S_1P_1 + P_1P$ avec $S_1P = S'_1P_1$ (symétrie) et $S'_1P_1 = S'_1P'_1 + P'_1P_1$ et $S'_1P'_1 = SP'_1$ (symétrie), d'où $(S_1P) = SP'_1 + P'_1P_1 + P_1P$, soit $\boxed{(SP)_1 = (S_1P)}$ Par la voie 2, on montre de même que $\boxed{(SP)_2 = (S_2P)}$

• **Les deux "états" de l'interféromètre de Michelson** On appelle M'_1 le symétrique du miroir M_1 par rapport à la lame séparatrice. Alors on dit que l'interféromètre de Michelson est équivalent à une *lame d'air à faces parallèles* (comprise entre les surfaces réfléchissantes M'_1 et M_2) si les surfaces M'_1 et M'_2 sont parallèles. Dans le cas contraire (M'_1 et M'_2 non parallèles), on dit que l'interféromètre est équivalent à une *lame en coin d'air*. La droite d'intersection des deux plans M'_1 et M_2 (non parallèles) est l'*arrête du coin d'air*.

Interféromètre en lame d'air à faces parallèles

• **Source ponctuelle à l'infini (interférences non localisées)** En utilisant les miroirs M'_1 et M_2 on voit que les ondes en sortie se propagent dans la même direction. Leur différence de marche vaut dans ces conditions $\boxed{\delta = 2e\cos i}$ avec e la distance séparant les miroirs (= "épaisseur" de la lame d'air = $\frac{S_1S_2}{2}$) et i angle entre la normale aux miroirs et les rayons (= angle d'incidence). L'éclairement vaut $I = I_0\left(1+\cos\frac{4\pi e\cos i}{\lambda}\right)$: elle est uniforme dans tout le champ d'interférences.

• **Source ponctuelle à distance finie (interférences non localisées)** Dans ce cas l'éclairement vaut $I = I_0\left(1+\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$ avec $\delta = S_2P - S_1P$ (cf. un point précédent). Les surfaces de même intensité forment une famille d'hyperboloïdes de révolution autour de l'axe (S_1S_2). Pour observer les franges, il faut couper ce réseau d'hyperboloïdes par un écran qu'on place quasi-perpendiculairement à l'axe (S_1S_2) : les franges sont *des anneaux*. On obtient par calcul : $\boxed{\delta = na\left(1-\frac{r^2}{2D^2}\right)}$

• **Source étendue à distance finie (1) : interférences localisées à l'infini** En pratique, on observe dans le plan focal image d'une lentille convergente utilisée dans les conditions de Gauss dont l'axe est quasiment perpendiculaire aux plans des miroirs M'_1 et M_2 (et donc parallèle à l'axe (S_1S_2)).
La constatation suivante *est générale pour les interférences à division d'amplitude* : les deux rayons issus de S' qui se coupent en un point de la surface de localisation sont issus du même rayon incident, ce qui permet de déterminer facilement la localisation de la figure d'interférences.

• **Source étendue à distance finie (2) : franges d'égale inclinaison** La différence de marche entre les deux rayons issus de S' et arrivant en un point P de l'écran vaut $\delta = (S_2H) = 2ne\cos i$ (on note toujours e la distance entre les miroirs dite "épaisseur" de la lame d'air : voir figure...), donc l'intensité vaut $I = 2I_0\left(1+\cos\dfrac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$. Ainsi, à la frange d'ordre p correspond l'angle d'inclinaison i tel que $\boxed{\cos i = \dfrac{\delta}{2ne} = \dfrac{p\lambda}{2ne}}$ (n indice du milieu, en général $n \approx 1$ pour l'air), donc un angle d'inclinaison égal (d'où le nom de *franges d'égale inclinaison*).
Sur l'écran, ces franges sont des anneaux concentriques de centre F' et rayon $\rho_p \approx f' i_p$ (Gauss).

• **Source étendue à distance finie (3) : étude des anneaux** L'anneau d'ordre p est caractérisé par $\delta = p\lambda = 2ne\cos i_p$, donc :
– pour une valeur de e donnée, l'ordre d'interférence est maximal au centre des anneaux ($i = 0$) où il vaut $p_0 = \dfrac{2ne}{\lambda}$, et diminue lorsque l'on s'écarte du centre.
La *frange centrale* correspondant à $i = 0$ et p_0 est *a priori* quelconque ! L'ordre d'interférence p_0 peut en effet être entier, demi-entier ou ni l'un ni l'autre. Avec $\lambda = 600$ nm, il suffit de faire varier e de 150 nm pour transformer une frange centrale brillante en frange centrale sombre, ce qui montre comment un interféromètre permet de mesurer une distance microscopique e avec une précision meilleure que la longueur d'onde !
– En écrivant l'ordre d'interférence au centre $p_0 = m + \varepsilon$ avec m entier et $0 < \varepsilon \leq 1$ (donc on peut avoir $p_0 = m + 1$!), les valeurs entières de l'ordre d'interférences représentées sur l'écran sont, en dehors du centre F' éventuel (cas où $\varepsilon = 1$ et $p_0 = m+1$), $m, m-1$, etc. Le k-ème anneau a pour ordre d'interférence $p_k = m - k + 1$. Son rayon vaut $\boxed{\rho_k = f' i_k = f'\sqrt{\dfrac{2(p_0 - p_k)}{p_0}} = f'\sqrt{\dfrac{\lambda(k-1+\varepsilon)}{ne}}}$

Démonstration : On a dans l'approximation de Gauss : $1 - \cos i_k \approx \dfrac{i_k^2}{2}$ avec i_k tel que $\cos i_k = \dfrac{p_k\lambda}{2ne} = \dfrac{p_k}{p_0}$, d'où l'expression de i_k donnée.

On fait la distinction entre "frange centrale brillante" et "premier anneau brillant", d'où le choix de $\varepsilon = 1$ dans le cas où la frange est brillante pour avoir un k-ième anneau d'ordre d'interférence $p_k = m - k + 1 = p_0 - k$!
– Si la frange centrale est brillante, *i.e.* si $\varepsilon = 1$, $p_0 = m+1$ est un entier et le rayon du k-ème anneau d'ordre d'interférence $p_k = p_0 - k$ vaut $\boxed{\rho_k = f' i_k = f'\sqrt{\dfrac{2k}{p_0}} = \sqrt{k}\rho_1}$

• **Source étendue à distance finie (4) : observation des anneaux**
– Le nombre d'anneaux dans le champ d'observation augmente avec l'ordre d'interférence au centre p_0, donc il augmente avec l'épaisseur e de la lame à faces parallèles.
– Les anneaux sont d'autant plus serrés que p_0 est grand.
– Les anneaux ne sont pas équidistants, ils sont de plus en plus serrés lorsqu'on s'éloigne du centre.

• **Source étendue à distance finie (5) : déplacement du miroir M_1** De par la construction précise des appareils, un déplacement du miroir M_1 correspond à la même variation pour e. On en déduit que :
– si e augmente, le rayon des anneaux augmente et de *nouveaux* anneaux d'ordres supérieurs apparaissent au centre.
– Inversement, si e diminue, les anneaux rétrécissent et certains disparaissent au centre.
– Lorsque $e = 0$, $p_k = 0$ pour tout k et l'intensité a partout même valeur $4I_0$: au *contact optique*, l'écran qui est donc uniformément blanc, on parle de *teinte plate*.

Interféromètre en coin d'air (en source étendue principalement)

• **Source ponctuelle à distance finie (interférences non localisées)** L'angle α entre le miroir réel M_2 et le miroir image M_1' est en pratique toujours très faible. Les surfaces d'égale intensité sont des hyperboloïdes de révolution dont les foyers sont les sources secondaires S_1 et S_2. Leur intersection avec l'écran sont des morceaux quasiment assimilables à des segments de droites parallèles à l'arête. Les franges existent partout dans le champ d'interférence avec le même contraste. Elles sont non localisées.
N.B. : On a ici $i = \dfrac{\lambda D}{a}$ avec D et $a = S_1S_2$ qui peuvent s'exprimer en fonction des données géométriques de la configuration.

Dans la suite, on considère le cas d'une source étendue à l'infini

• **Aspect expérimental** Avec une source étendue placée à l'infini, on obtient des franges d'interférences rectilignes et brillantes. On montre qu'avec une bonne approximation, les résultats dans le cas où la source est à l'infini se généralisent au cas d'une source étendue placée à distance finie mais grande devant les dimensions du miroir.
Par ailleurs, les franges sont localisées sur une surface qui est située très près de l'image des miroirs, si bien qu'un observateur qui regarde les miroirs par la sortie de l'interféromètre a l'impression que les franges sont tracées dessus. On dit avec un abus de langage que les franges sont localisées *sur les miroirs*. On parle de *franges d'égale épaisseur*.

• **Source très étendue** Les rayons qui interfèrent en un point de la surface de localisation sont issus d'un même rayon incident. La longueur de cohérence spatiale est non infinie, il en résulte que le nombre de franges observables dépend de l'ouverture du faisceau.

• **Configuration d'étude géométrique des franges d'égale épaisseur** La configuration d'étude la plus fréquente est la suivante :
– l'angle α entre les miroirs est petit.
– La source est à l'infini ou à grande distance des miroirs. On peut supposer que les rayons ont tous une incidence sur les miroirs proches de la normale.
– La surface de localisation est quasiment confondue avec les miroirs M_1' et M_2. On peut considérer que l'écran d'observation est conjugué avec M_2 au moyen d'une lentille, qui peut être le cristallin de l'oeil en cas d'observation directe.

• **Différence de marche pour les franges d'égale épaisseur** D'après ce qui précède, on établit facilement que pour des incidences *proches de la normale*, l'un des rayons fait un aller-retour de plus que l'autre sur une épaisseur e du coin d'air, donc $\boxed{\delta \approx 2ne}$
N.B. : pour une incidence i, le calcul donne $\delta \approx 2ne \cos i$.
On en déduit que les lignes d'égale intensité sont celles pour lesquelles on a $e =$ cte, d'où l'appellation de *franges d'égale épaisseur* ; elles sont parallèles à l'arête du coin d'air et ne dépendent pas de la position de la source étendue.

• **Étude des franges d'égale épaisseur** Dans le repère (Ox) où O est sur l'arête des miroirs, on a $e \approx \alpha x$ (car $\alpha \ll 1$), donc la frange d'ordre p est caractérisée par $\boxed{\delta = p\lambda = 2\alpha x}$ On en déduit que $p = 0$ sur l'arête $x = 0$ et l'interfrange vaut $\boxed{i = \dfrac{\lambda}{2\alpha}}$
On remarque que la position d'une frange d'ordre donné ne dépend que de l'épaisseur du coin d'air, donc de sa distance à l'arête.
NB : Pour observer les interférences confortablement à l'oeil nu, i doit être de l'ordre du millimètre et donc α doit être inférieur à $3 \cdot 10^{-4}$ rad, ce qui justifie l'approximation $\alpha \ll 1$.

• **Translation du miroir M_1** La frange d'ordre p dépend de l'épaisseur $e(x)$ du coin d'air ($\lambda p = 2e(x)$). Si nous translatons le miroir M_1 sans changer les orientations on constate que :
– l'interfrange est inchangée puisqu'elle ne dépend pas de $e(x)$.
– Les franges se déplacent sans déformation en défilant dans le sens du glissement de l'arête.

• **Nécessité technologique du dispositif** Une variation de λ sur δ provoque un déplacement égale à une frange, et un défaut de hauteur h sur la surface du miroir se traduit par une variation locale de δ égale à $2h$ (aller-retour) et donc décale le système de franges de $\dfrac{2h}{\lambda}$ frange !
Comme un décallage d'un dixième de frange peut être perçu par un observateur, on peut visualiser les défauts de surface de hauteur supérieure à $\dfrac{\lambda}{20}$! Les miroirs doivent donc être travaillés “mieux” que $\dfrac{\lambda}{20}$.

• **Applications du dispositif des franges d'égale épaisseur** – Une variation locale de l'indice de réfraction au voisinage de l'un des miroirs modifie δ et provoque un déplacement des franges. Cela permet de visualiser des écoulements gazeux.
– Les franges que l'on voit sur les lames de savons et sur les dépôts gras d'épaisseur faible sont des franges d'égale épaisseur.

• **À propos de la cohérence spatiale** – Une surface de localisation n'existe qu'avec les dispositifs à *division d'amplitude*. Cette surface est déterminée par l'ensemble des points où se coupent les deux rayons émergents issus d'un *même rayon incident* émis par un point de la source.
– La longueur de cohérence spatiale est finie pour le réglage en coin d'air et infinie pour le réglage en lame d'air (ce qui fait son intérêt dans l'étude spectrale des sources).

Compléments divers

• **Trains d'onde pour une source classique ou un laser** L'onde émise par une source lumineuse est assimilable à une succession de trains d'ondes monochromatiques de durée moyenne τ_c (= temps de cohérence) très grande devant la période de l'onde :
– τ_c typiquement de l'ordre de 10^{-11} s pour une source classique quasi-monochromatique ;
– τ_c typiquement de l'ordre de 10^{-7} s pour un laser usuel. On peut en général considérer l'onde émise par un laser comme une onde plane monochromatique.

• **Temps de réponse de divers capteurs**
– Temps de réponse de *l'oeil* $\approx \dfrac{1}{20}$ s.
– Temps de réponse d'une *cellule photoélectrique* : jusqu'à 10^{-6} s.
– Temps de réponse de *détecteurs de laboratoire* : jusqu'à 10^{-10} s.
Ainsi, tous les détecteurs opèrent une moyenne de la valeur de E^2 *sur un très grand nombre de périodes*.

• **Représentation équivalente d'une onde quasi-monochromatique** Une onde quasi-monochromatique peut se représenter de façon équivalente : soit par une succession de trains d'ondes sinusoïdaux indépendants de durée moyenne τ_c, soit comme la superposition d'ondes monochromatiques dans une bande spectrale de largeur $\Delta\nu$ autour d'une fréquence centrale ν_0, avec le lien $\tau_c \Delta\nu \approx 1$.

• **Cohérence spatiale** Elle n'a aucun rapport avec la cohérence temporelle l_c (longueur moyenne des trains d'onde) définie ci-dessus. Elle intervient lorsqu'on considère une source étendue qui est constituée d'un ensemble de source ponctuelles incohérentes entre elles. Dans ce cas, la différence entre les phases des ondes issues de divers points de la source varie avec la largeur de la source, les interférences devenant de plus en plus brouillées pour des sources étendues. On appelle *longueur de cohérence spatiale* la largeur limite telle que la figure d'interférence ne soit pas trop brouillée. On cherche des systèmes ayant une longueur de cohérence spatiale importante afin d'utiliser des sources les plus larges possible et donc d'obtenir des figures très lumineuses.

– *Cas des fentes d'Young* : lorsqu'on élargie la source à distance finie, on crée des fentes élémentaires de largeur infinitésimale constituant des sources incohérentes qui ne peuvent interférer. Ces fentes donnent toutes la même figure d'interférence (interfrange inchangé) mais ces figures sont translatées et donc apparaît un brouillage progressif au fur et à mesure que la largeur de la source augmente. La longueur de cohérence spatiale vaut $l_s = i\dfrac{l}{D}$ (brouillage total).

– *Cas de l'interféromètre de Michelson* : l'élargissement de la source ne pose pas de problème. La cohérence spatiale est assurée pour tous les ponts de la source car la différence de marche en un point M dépend de celui-ci mais pas du point source.

• **Récapitulatif sur la localisation et les systèmes**

Interférences **non localisées** avec un dispositif :

– à **division de front d'ondes** : Miroir de Fresnel, Trous d'Young en **source ponctuelle**, et Fentes d'Young en **source étendue** (extension de la source en direction de $\overrightarrow{E}_1 - \overrightarrow{E}_2$). Fentes d'Young en sources étendue quelconque : un brouillage des franges apparaît.

– à **division d'amplitude** : coin d'air (franges rectilignes) et lame d'air (franges annulaires) en *source ponctuelle*.

Interférences **localisées** avec un dispositif à **division d'amplitude**, source étendue et :

– coin d'air (localisation très près des miroirs, franges d'**égale épaisseur**).

– lame d'air (localisation à l'infini, franges d'**égale inclinaison**).

• **Figures**